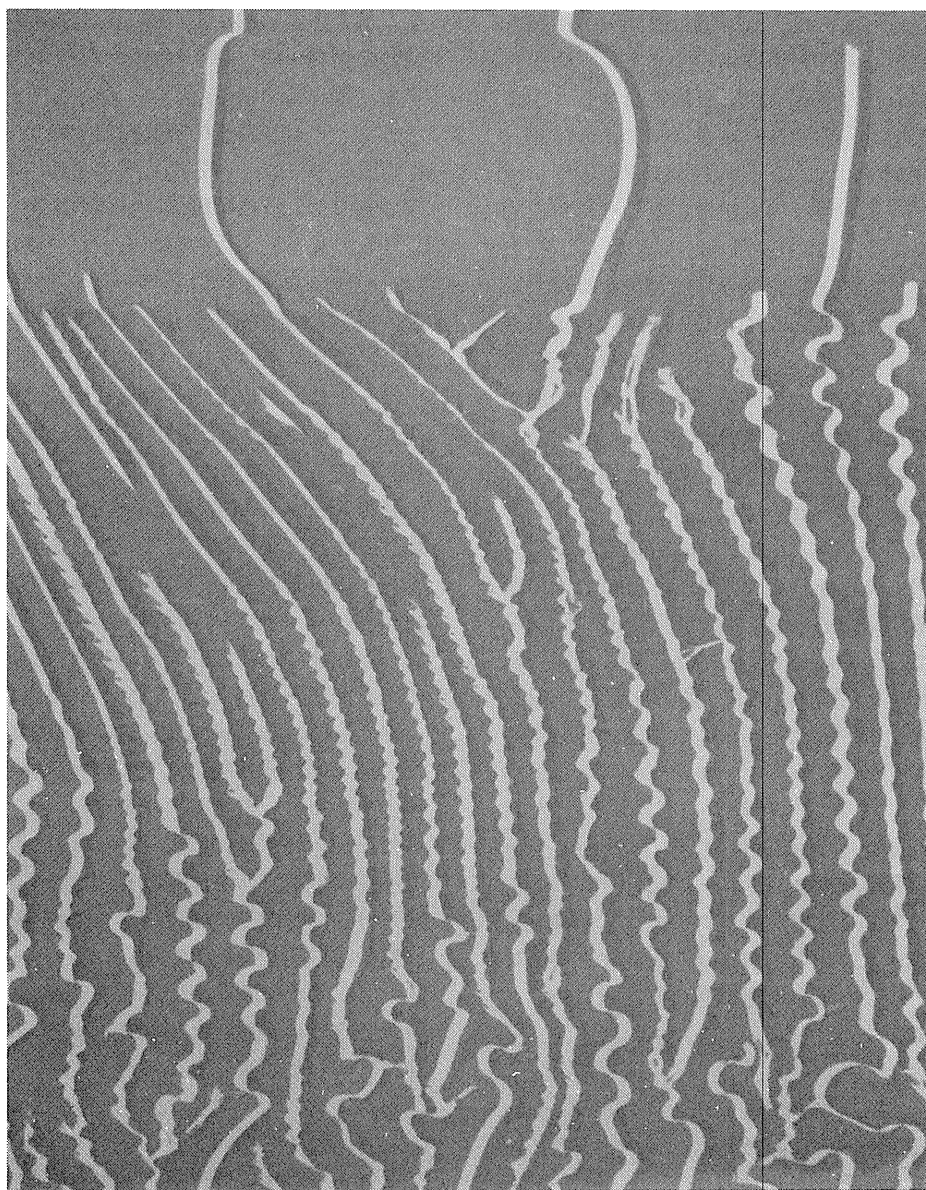


北里大学教養図書館

閲覧ニュース

41号

1983. 12



フェルマーの最終定理

入 手 繰 雄

1. インドへの近路を求めて出港したコロンブスの航海が、西インド諸島の発見をもたらした。やがて新大陸の発見という大発見の端緒となったように、数学上の難問への挑戦もまた、たとえそれが成功しなくても、解決の過程で新たな理論を生み、解答自身より大きな成果をもたらすことが多いのである。

学生諸君は、「フェルマーの最終定理」或いは「フェルマーの大定理」という言葉を聞いたことがあるであろうか。それは、過去300年間多数の人々の努力にもかかわらず、完全な証明が得られていない、また否定もされていない、従って正しいとも誤りとも結論されていない一つの命題である。この命題の真偽を決定するために、幾つもの理論が生れ、数学、特に整数論（整数の特徴を研究する学問）は著しい発展を遂げた。

ところで、「フェルマーの最終定理」にも関係のある「モーデル予想」と呼ばれる命題がある。これも長い間一つの予想であったが、今夏の予想が正しいという証明が発表されて、大きな話題になった。証明を与えたのは、西ドイツのデュッセルドルフに近いヴッパータル大学のゲルト・ファルティングス(29才)という学者である。このニュースは『Science』（7月22日号）、『Newsweek』（8月1日号）、『数学セミナー』（10月号）、『自然』（10月号）で報じられただけでなく娯楽誌にまで載った。そこで以下「フェルマーの最終定理」について、後記の図書を参考に紹介してみる。

2. フェルマー（Pierre de Fermat, 1601.8.20～1665.1.12）は、スペインとの国境に近いフランスの地方都市トゥールーズの近くの、ボーモン・ド・ロマーニに生れた。誕生日、死亡日には異説がある。父は皮革商

人、母は法学者の家柄の娘であった。トゥールーズで法学を修めて、1631年にトゥールーズの請願委員になり、1648年以後は、没するまでトゥールーズ地方議会の勅選議員であった。彼の本業は法律家であり数学は余暇に研究した。彼は研究結果をデカルト（1596～1650）、パスカル（1623～1662）等当時の最高の学者達に手紙によって知らせるだけで、匿名の論文一編を除けば生涯一冊の数学の成書も、他のいかなる数学の論文も公刊しなかった。しかし、その優れた研究によって、生前既にヨーロッパで最も高名な数学者の一人であった。彼には母の従妹に当たる妻との間に3人の息子と2人の娘があった。娘は2人とも尼僧になった。息子の一人サミュエルが彼の科学上の遺稿をまとめて1679年『作品集』として公刊した。

フェルマーの研究は、曲線の接線に関する研究、関数の極値に関する研究（微分学、1638年頃）、パスカルと共同で行った、賭博の勝率に関する研究（確率論、1654年頃）、整数論等多方面にわたっている。それ等はいずれも先駆的かつ最高級の内容のものであった。彼はまた光学にも興味をもち「フェルマーの原理」と呼ばれる重要な原理を発見している（1658年）。

中でも整数論の研究は、彼の名を不朽にした。例えば、彼は前記「フェルマーの最終定理」の他にも、整数論の基本定理の1つである「フェルマーの小定理」と呼ばれる定理、「 p を任意の素数、 n を任意の自然数とすれば、 $n^p - n$ は p で割り切れる」を書き残した。

整数論に関する彼の定理は、2つの例外を除いて、どれも証明が残されていない。彼は手紙で自分の発見した定理を証明無しで知らせ、証明は受信者にまかせた。これは、当時の風潮であったらしい。「フェルマーの小定理」も、初めて証明を残したのはライプニッツ（1646～1716）であるとされている。ライプニッツの書き残した上記の証明の原稿には、日付は無かったが、1683年以前に証明を

発見したと推定されている。

ここで、「フェルマーの誤信」について書いておこう。「 $F_n = 2^{2^n} + 1$ とおくと、 $n = 1, 2, \dots$ に対して F_n は常に素数である」と彼は信じていた。彼は1640年10月18日付でフレニクル・ド・ベッスイという学者に宛てた手紙の一節に上記の命題に関して、「この命題が十分正しいことを完全に証明したわけではありませんが、しかし今になって以前よりもいっそうその真実性を信じて疑いません。もしあなたがこの証明をおもちであればお知らせ下さい。」と書いている。また1654年8月29日の手紙の一節で、パスカルに同じ問題を伝えて、「その証明は非常にむづかしく、完全に証明したわけでないことをお伝えしておきます。もし私がこの証明を完了しているならば、あなたにそれを見つけてくれるよう依頼は致しません。」と書いている。

ところが、 F_5 は素数でないこと、従ってこの命題は誤りであることが後年オイラー (1707~1783) によって証明された。フェルマーの確信は誤っていたのである。しかし、整数論に限って言えば、これはフェルマーがおかした唯一の誤信であったかもしれない。なぜなら証明こそ残されていないが、「フェルマーの書き残した多数の定理は上記の『誤信』と、未だ真偽の定まらない『フェルマーの最終定理』を除いてはすべて正しいことが判明した」とエドワーズ ([5] p. 36) は書いているのだから。

3. 「フェルマーの最終定理」とは今日の言葉で書くと「 n を 3 以上の自然数とすると、

$$X^n + Y^n = Z^n$$

をみたすような X, Y, Z は 0 を除いた整数の範囲では存在しない。」という定理である。

フェルマーは古代ギリシャの哲学者デオフィントス (246? ~ 330?) の『数論』のバシェ (1581~1638) によるラテン語訳書 (1621 年刊) を日頃愛読し、整数論研究の糧としていた。彼は『数論』を読みながら、思いつい

た事を一々余白に書き込んでいた。彼の死後息子のサミュエルがそれを発見し、父の業績集の手始めに、この余白に書き込まれたノートを付録にした上記『数論』の新版を、1670 年に出版した。

バシェ訳『数論』才 2 巻才 8 問「2 つの平方数の和で書かれるような平方数を求めよ」(つまり、 5^2 のように $5^2 = 4^2 + 3^2$ と分けて書かれる数を求めよという問題) に関して、余白にラテン語で、「反対に一つの立方数を二つの立方数の和に、一つの四乗数を二つの四乗数の和に、あるいは一般に、2 より大きな任意の指数をもつ累乗数を、同じ指数をもつ二つの累乗数の和に分けることは不可能である。私はこの命題の真に驚くべき証明を発見したが、この余白はそれを書くには狭すぎる。」と書き込まれてあった。これが上記『数論』の新版に収められて、その証明をめぐる後の人々の研究するところとなり、フェルマーの多数の定理の中で最後まで証明できない定理という意味か、いつの頃からか Fermat's Last Theorem (略して FLT) と呼ばれるようになった。(以後 FLT と書くことにする。) フェルマーが書き込みをした原本は現在残っていない。彼がこの書き込みをしたのは、1637 年頃と推定されている。

4. FLT に関するその後の研究をたどれば、エドワーズ [5] のような 400 ページもの本になる。実際この定理の歴史こそ、現在に到る三百数十年間の整数論研究の歴史そのものであろう。ここではその中の主なものだけを挙げておこう。

$n = 4$ に対して定理が成り立つことは、フェルマー自身が遺した証明がある。彼はこれを無限降下法という彼の考案した論法によって証明した。学生諸君の中には、フェルマーは $n = 4$ の場合だけを証明して、「一般の場合に対する真に驚くべき証明を発見した」と書き込んだのではないかと疑う人がいるかもしれないが、FLT にかかわった人達

の多くは、彼の天才と、穏健な人柄から推して、上記の証明だけをもって、彼が「一般の場合について証明を発見した」と断言するようなことはあり得ないと考えた。

彼の死後100年以上、分っている限りでは、FLTに関する注目すべき結果は何も発表されなかった。

1770年ペテルスブルグ（現在のレニングラード）で出版されたオイラーの『代数学』の中に初めて $n = 3$ の場合フェルマーの定理は正しいというオイラーによる証明が発表された。 $n = 3$ の場合FLTが成り立つことは、ガウス（1774～1855）による別証明もあって、これは彼の没後に出版された。証明にはどちらも無限降下法が用いられている。

以後個々の n に対して次々に定理が成り立つことが証明される。

$n = 5$ に対しては、1825年ルジャンドル（1752～1833）が証明を発見した。

$$n = 6 \text{ の場合は、 } X^6 + Y^6 = Z^6 \text{ が } (X^2)^3 + (Y^2)^3 = (Z^2)^3$$

と書けるので、 $n = 3$ の場合が証明された事によって、証明が終了している。

同じ理由で $n = k$ の場合にFLTの成立が証明されれば、 n が k の倍数の場合もFLTは成立する。

また、3以上の自然数は4の倍数であるか、3以上の素数の倍数であるかの少くとも一方であるから、以後は n を3以上の素数としてFLTを考えればよいのである。

$n = 7$ の場合は、1839年ラメ（1795～1871）が証明した。これより前、1832年ディリクレ（1805～1859）は $n = 14$ に対してこの定理を証明した。

n が一般の場合の研究は、次の2つの場合に分けて行われた。

Case 1 : n が積 XYZ を割り切る場合、

Case 2 : n が積 XYZ を割り切らない場合。



P・ド・フェルマー
(伝R・ルフェーブル作、ナルボンヌ美術館蔵)

1823年フランスの女性数学者ソフィー・ジェルマン（1776～1831）は「 p を2でない素数としたとき、若し $2p + 1$ もまた素数であるならば、FLT、Case 1 は $n = p$ に対して成立する」という見事な定理を証明した。

FLTに関する研究として特筆すべきは、クンマー（1810～1891）の研究である、彼は素数全体の集合をある条件によって2つの集合に分け一方に属するものを正則素数、他方に属するものを非正則素数とした上で「FLTは正則素数であるすべての n に対して成り立つ」ことを1850年に証明した。この結果、FLTは非正則素数に対してだけ調べればよいことになった。クンマーの理論は単にFL

Tに適用されるだけでなく整数論の基本となるもので、以後の数学の進歩に大きく貢献した。

5. ここで一気に現代に跳ぼう。1976年ワグスタッフはIBM電算機360/65と370を使ってクンマーの定義した非正則素数のうち125,000以下のものをすべて決定し、これをもとにして「 $n < 125,000$ に対して、FLTは成り立つ」ことを証明した。

またテルジャニアンは、巧妙ではあるが初等的方法で「FLTのCase 1は $n = 2p$ (p は素数) なるすべての n に対して成り立つ」ことを証明して、1977年12月に発表した。

そして今年(1983年)7月、1に書いたファルティングスは「任意の自然数 $n \geq 3$ を与えたとき、フェルマーの方程式 $X^n + Y^n = Z^n$ は0を除いた整数の範囲で、高々有限個の解しかもたない」ことを証明した。ファルティングスは1にも記したように、正確には1922年モデルによって提示されたモデル予想と呼ばれる代数幾何学の命題を証明したもので、その価値は非常に大きいとされている。彼は18ヶ月間この問題に没頭して、60年間全然証明できなかったモデルの予想が正しいことを、40枚の論文にまとめたという。モデル予想さえ証明されれば、FLTに関する上の結果は、既知の知識から容易に導かれるのである。

6. FLTはガウスも指摘している通り、定理としては孤立した定理で、それが真であっても偽であっても、他の分野に与える影響は殆ど無い。それなのに、表現があまりに簡明なせいであろうか、一度この定理を知ってしまうと、一体この定理は真なのか偽なのかどちらかにはっきりしてもらえまいかという熱望にも似た感情を引き起す不思議な力を備えている。

かつてFLTには3度懸賞がかかった。才1回と才2回は、1816年と1850年パリ科学院

からのパリ賞と呼ばれるもので、FLTを解いた者に金メダルと3,000フランを与えると
いう申し出であった。才3回は1908年ドイツのゲッティンゲンにあった帝国科学院からの、同様の目的で出された総額10万マルクのヴォルフスケール賞と呼ばれる賞であった。同賞の応募規定は賞の決定期限を2007年9月13日としている。ゲッティンゲン大学数学研究所のシュリヒティング博士によると、同研究所は1974年現在でなお上の懸賞の応募を受付ており、同博士は月に3〜4通応募者への返信を書いているという。保管している論文は既に厚さにして3mを越しているのに、経済変動で1万ドイツマルク程の価値になってしまいはしたが、賞金の方はそのまゝであるという。

どうしてFLTはこんなにむづかしいのだろうか。それは結局、整数に関する一般的な理論が、未だ十分に構築されていないという事によるのではあるまいか。FLTはその事をいやという程教えた。いや、今も教えている。

今後FLTがどちらに結論されるにせよ、その果した意義は決して失われないであろう。(数学)

参考文献

- [1] 岩波数学辞典才2版 岩波書店 1969
(R410.3/N71/2 ed.)
- [2] 久賀道郎 「これは驚いた、モデル予想が解けてしまった! …らしい」
(『数学セミナー』1983年10月号)
- [3] E. T. Bell, 田中勇、銀林浩訳 数学をつくった人びと (上) 東京図書 1977
(410.28/B33/New/1)
- [4] P. Ribenboim, 吾郷博顕訳 フェルマーの最終定理 13講 共立出版 1983
- [5] H. M. Edwards Fermat's Last Theorem (GTM 50) Springer 1977
(410.8/G75/50)

心理学事始め

重 野 純

本学で心理学を担当するようになってから、半年あまりが過ぎた。例年、今ごろの時期に学生に授業に対する感想をたずねると、「考えていた内容とちょっと違うみたいだ」とか、「目や耳のつくりが心理学の授業に出てくるとは意外に思った」というような答が多く返ってくる。本学の学生の皆さんはいかがであろうか。私自身、心理学科に進学して間もない頃は、それまで抱いていた心理学に対するイメージと、実験を中心とする現代心理学の問題へのアプローチの仕方との隔りの大きさに、かなり驚かされたことを覚えている。以下、心理学を学び始めた頃の苦労した話を紹介させていただく。

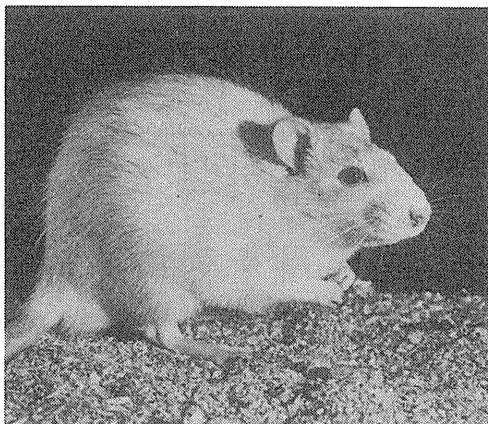
— ☆ ☆ —

日本では心理学科はたいいてい文学部に属している。それは、心理学者が以前は研究対象として、人間の心とか精神を考えていたからであった。しかし後に、研究対象として意識は否定され、可視的な行動のみがその対象として考えられるようになった。これが行動主義のはじまりである。今日では、意識か行動かという考え方ではなく、その両方ともが研究対象として考えられ、実験を中心とした科学的な方法による研究が中心となっている。したがって、私が心理学科に進学した時の要望科目（2年が終わるまでに履習しておくことが望ましい科目）は、数学、生物学、統計学などの自然科学系の科目が多かった。ところが私はこういう点にあまり頓着しないで心理学科を選んでしまったために、本来関心をもっていた研究領域を勉強する以前に、全く予期しない苦労をしなくてはならないことになってしまった。

3年生の必修科目の中に「実験心理学演習」というのがあった。これは小人数の班に分か

れ、3種類の実験とコンピューター・プログラミングの演習をすることからなっていた。実験は知覚、社会、学習の3つの分野について、それぞれの分野の代表的な実験が課題として与えられていた。知覚実験では運動視について、社会心理実験では情報伝達における役割の効果について、学習実験ではオペラント条件づけについての実験を行った。はじめの2つの実験は、興味をもって楽しく実験することができたのだが、3番目のオペラント条件づけは、私にはかなりつらいものだった。これはスキナー箱の実験とY字型迷路による弁別学習とから成っていた。スキナー箱とは、スキナーという心理学者が考案した実験装置で、この中に空腹のネズミを入れるとレバー押しを条件づけることができる。Y字型迷路とは、通路の途中が2股に分かれていて、それぞれに白または黒のカーテンをかけておき、どちらかのカーテンのうしろには餌を置いておいて、そのカーテンのかかっている通路の方を選択するようネズミに弁別させる実験である。被験体は白ネズミで、学生1人に2匹ずつが渡された。私はもともとネズミが大嫌いであったので、これは困ったことになったと思った。必修科目だから落せば留年になってしまうし、転科をしないかぎり永久に4年生にはなれないのである。私がグズグズしているうちに同じ班の友達はずきづきと実験を終えてしまい、私のネズミはどんどん大きくなってしまい、ひどくあわててしまった。結局覚悟を決めてやることにしたのだが、はじめてネズミをつかんだ時の気持ち悪さは今でもよく覚えている。なるべくネズミとの接触部分を減らそうと、軍手をはめ、割烹着を着て、三角布をかぶり、マスクをかけて毎日ネズミと取り組んだ。こんな調子でどうにか無事実験は完了した。私の苦労も知らず、「お料理するみたいな格好をして、すごく喜んでやってる人がある」と聞いて、わざわざ見に来た人もいた。

4年生になると卒業論文のための実験をし



親愛なる被験者

なくてはならなかった。卒論の最低条件として、「追試（過去に行われた実験をくり返して行い、結果を確認する）だけでは駄目である。そこに何か1つ新しいアイデアが入っていること」ということが要求されていた。この新しいアイデアを考え出すのに皆ずい分と苦労した。また、アイデアが出てもそれを論文に書けるだけのきちんとしたものに組み立てるのが難しかった。私もあれこれと迷った挙句、「音の大きさの判断における係留効果」という題目の論文を書いた。係留効果とは、判断尺度の変化として認められる刺激—反応の相互関係の一連の変化、正答数の選択的な増大、反応の潜時や分散の選択的な減少、反応に対する確信度の選択的な増大の効果のことである。このような効果を生起させる刺激を係留刺激（anchor）とよぶ。そもそも人間の判断は相対的で、たとえば音の大きさの判断に関してみると、同一の強度の音を聞いても、前後の文脈によって小さい音に感じられたり大きい音に感じられたりする。それではどのような文脈の場合にどれくらい大きく感じており、どのような文脈の場合にどれくらい小さく感じているのか？これを調べようというのが、私の卒論の目的としたところであった。

実験は半地下になった防音室で行なったの

であるが、私の他にもその部屋で実験する学生がおり、彼と交代でその部屋を使った。私はこの相手に恵まれなかった。彼の実験は、「ネズミの情動の変化を調べる実験」とか称するもので、1メートル平方の囲いの中でマス目を書いた板を敷き、その上にネズミを放して、あのモーツアルトの名曲「アイネ・クライネ・ナハトムジーク」をかなりの音量で流すというものであった。1楽章から終楽章までの曲の緩急に応じて、ネズミの情動がいかに変化するかを、排泄の回数と動いたマス目の数とで測定しようというのであった。ネズミはこの曲にいたく興奮するらしく、彼が部屋を明け渡してくれる頃には、部屋中臭気が満ちていて、とても居られるような状態ではなかった。窓を開け放して空気の入れ換えをするのだが、11月の風は冷たく、暖房もなかったので、実験を始めるころには、被験者を引き受けてくれた友人も、実験者である私も、体の芯から冷え切って、実験は寒さとの戦いであった。どこまでネズミに悩まされるのかと、私は憂うつな気分であった。

— ☆ ☆ —

卒論も提出して、3月には無事卒業することができた。ネズミのことさえなかったら、楽しい4年間であった。ただ残念だったのは、私が大学に入学したのが大学紛争の直後だったために、入学式も卒業式もなかったことである。卒業証書は研究室で1人ずつ先生から頂いた。そのままでは持ち帰るわけにもいかず、生協で筒を買って入れた。何となく入り、何となく出たという感じであったが、楽しい思い出も沢山あり、大学時代は私にとってはなつかしい、思い出深い4年間であった。

（心理学）

お知らせ

1. 貸出冊数の変更
教養図書館では、今まで貸出冊数を
学生 5冊、教職員 10冊迄として来ま
したが、本年9月1日より、この制限は
無くなりました。
2. 複写料金の改訂
教養図書館では、従来複写料金を1枚30
円として来ましたが、本年9月1日より、
20円になりました。
なお、複写は教養図書館所蔵資料に限り
ます。
3. 冬休み長期貸出
例年通り冬期休暇中、長期貸出しを行
います。期間は12月14日(水)から1月11日(水)
迄です。
4. 開館時間の変更
12月17日(土)から1月7日(土)迄は、閉館時

間が午後5時になります。但し土曜日は
午後1時です。

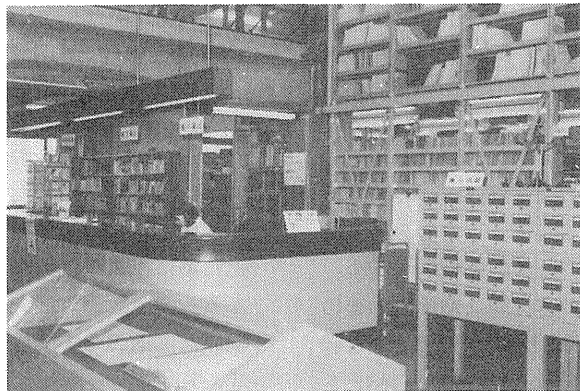
5. 年末年始に付き、次の期間閉館します。
12月26日(月)から1月4日(水)迄

編集後記

今回は、数学の入手先生に「フェルマーの
最終定理」について、心理学の重野先生には
ご自身の学生時代（心理学とは？）について
エッセイを書いて頂きました。重野先生の文
中、ネズミの写真は編集者のイタズラです。

6月に40号を発刊して以来、間が空いてし
ましたが、ようやく41号を発行すること
が出来ました。

「貸出冊数の変更」と「複写料金の改訂」に
ついては、お知らせが遅くなりましたことを
お詫びします。



表紙：ガラス板の割れ目（1936年2月，平田森三撮）

一様に熱したガラス板を鉛直に保ったまま徐々に冷水中に浸して行くと、最初に水に触
れるところから、ほぼ等間隔の蛇行する平行割れ目が上に向かって生長する。割れ目が枝分
かれしないのは、枝分かれに必要なだけのエネルギーがたまるほど大きくガラスが歪む前
に割れ目が生長して行ってしまうからである。ガラスの初めの温度と水温との差が大きい
ほど、割れ目の本数は増し、蛇行は細くなる。